# 目的

自作のコイルとコンデンサーを使った回路で電気的共振を観察し、インダクタンスと静電容量を測る。また、この実験を通してインダクタンス、静電容量および共振について理解を深める。

# 実験原理

1. インダクタンス

円筒状のコイル（ソレノイド）に電流Iが流れているとき、コイルの内外に磁界が生じる。Iが変化するときコイルを通り抜ける磁束が変化するため、電磁誘導によってAB間に電位差が生じる。Aを基準としたBの電位VはIの変化の速さに比例するので、

…………………（１）

と表せる。このLは比例係数でコイルのインダクタンスという。

半径ｒの円筒の枠に長さにわたって隙間なく巻かれた総巻数Nの単層ソレノイドのインダクタンスLはｒ≪のとき、

…………………（２）

で与えられる。（ただしｒ、の単位は[]）

ｒ≪でないとき、

…………………（３）

で与えられる。（Kは長岡係数）

1. 静電容量

電気をながさない物質または真空で隔てられた一対の電極に電位差Vをあたえると、コンデンサーができる。Q=CVで表されるこのCをコンデンサーの静電容量という。

この関係は

…………………（４）

から

…………………（５）

と変換でき、I=I0sinwtとすると



コンデンサーの両電極の向かい合う部分の面積S[]、電極間の距離が一定値ｄ[]、その間の物質の誘電率がε[*F/m*]のとき、ｄが電極の広がりに比べて十分小さければ、静電容量Cは、

…………………（6）

また、比誘電率を使って表すと、

…………………（７）

となる。

1. 共振

コイルとコンデンサーを直列に接続した回路の両端ACの間に角周波数ωの交流電　　　　　　　　　　　　　　　　圧Vをかけ、その結果電流が流れていたとすると

…………………（８）

　すなわち、電圧Vの振り幅は｜L-1/(C)｜となるので、

との比は

…………………（９）

　である。したがって、

…………………（10）

0＝のときは無限大となる。

…………………（）

　であるをこの回路の共振周波数という。

# 実験方法

1. コイルとコンデンサーの作成

まず、ボビンに滑り止め防止の両面テープを貼り、その上部に導線を100回巻き、主コイルとした。その3cmぐらい下に導線を20回巻いて励振コイルとした。二つのコイルの両端をそれぞれサンドペーパーで磨き、むきだした。

とりあえずここまで。

//幅3cm,長さ30cmのアルミフォイルと、それより幅の大きいビニールフィルムを交互にアルミ同士が重ならないように重ねボビンに巻きつけクリップで固定した。

(2)インダクタンス

図1の様に励振コイルをターミナル1、2に、主コイルをターミナル3、4に繋いで、3、4の間に静電容量4.32nFのコンデンサーをつないで閉回路を作った。

ターミナル1、2に発振器をつないで正弦波を入力し、ターミナル3、4の間に生じた交流電流をオッシロスコープで観察した。発振器の周波数を広い範囲で変え振幅が最大値になる周波数を周波数カウンターで測定した。これを共振周波数とし、主コイルのインダクタンスLを決定し理論値と比較した。

さらに振幅が最大値のになる周波数を測定し、共振回路のQ値を出した。

図1　コイルの繋ぎ方

(3)静電容量

自作のコンデンサーを(2)の装置のコンデンサーの代わりにつなげた。(2)と同様の方法で共振周波数、Q値を求め(2)で求めたLを使いこのコンデンサーの静電容量を求めた。

1. 補充実験

実験(2)と同様の装置を組み立て、発振器の出力を矩形波に切り替え、広い範囲で周波数を変化させ振幅が極大になる周波数と振幅を記録していった。

# 結果

1. コイルとコンデンサー

　　　　　表1　主コイルとコンデンサーの様々な値

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 主コイル | | コンデンサー | |
| 総巻数 | 100巻き | 幅（広いほう） | 30.25mm |
| 半径 | 14.55mm | 幅（狭いほう） | 28.85mm |
| 長さ | 23.6mm | 幅（平均） | 29.55mm |
|  | | 電極間距離 | 0.1mm |
| 長さ | 254.1mm |

まず主コイルの半径はボビンの直径を測りそれを半分にした。

コンデンサーの幅は切り方に違いがあったため広いほうと狭いほうの平均を採った。このアルミフォイルの長さは、図2に示したを測り、その平均をとして300mmから引いた値である。



図２　アルミフォイルの長さの測り方

このときそれぞれに誤差の範囲を考る為平均自乗誤差をとる。

アルミフォイルの幅の誤差　＝　

アルミフォイルの長さの誤差　＝　

とすると





つまり最終的には

アルミフォイルの幅　＝　

アルミフォイルの長さ＝　

となった。

1. インダクタンス

共振周波数　＝　　とすると



と測定された。

共振回路のQ値は



となった。

また(9)式よりこの実験でのLの実験値を求めると

（H）

次に理論値を求める。この時、r<<lとはなっていない為、(2)式ではなく(3)式を用いて理論値を出す。

図３の様に長岡係数のグラフを書いた。

グラフの式にｒ/ｌを当てはめると長岡係数（K）がでる。

ｒ/ｌ　＝　0.617　　より

K　＝　0.647　になった。これより理論値を計算すると

　＝　（H）

実験値　＝　1.89（H）だったので、この実験の誤差率は17.5％だった。

1. 静電容量



のような共振周波数になった。これから自作コンデンサーの静電容量Cを求めた。

C　＝　　＝　1.97（F）＝1.97（nF）

これが実験値であるから、理論値を求める。

1. 式にそれぞれの値を入れると

C　＝　4.66（nF）

となり、この実験の誤差率は57.7％になった。

このとき面積Sアルミフォイルの面積×2した。



Sの誤差は（となるため、理論値の誤差の範囲は

（nF）

またこの回路のQ値は

Q=15.6

1. 補充課題

表2　周波数と振幅の関係

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 周波数（ｋHz) | 振幅（V) |
| ｆ1 | 175 | 1.7 |
| ｆ２ | 60 | 0.58 |
| ｆ３ | 36 | 0.36 |
| ｆ４ | 25 | 0.28 |
| ｆ５ | 20 | 0.22 |
| ｆ６ | 16 | 0.18 |
| ｆ７ | 14 | 0.14 |
| ｆ８ | 11 | 0.12 |
| ｆ９ | 10 | 0.1 |

# 考察

* 理論値からの誤差について

[実験(2)]

この実験では、実験値では共振周波数を周波数カウンターで測っりコンデンサーの静電容量も決まった物を使っている為実験値よりもむしろ理論値の方に誤差があると考えられる。理論値の誤差原因を考えると

* r,lを測るときに出た誤差
* コイルが完璧には巻けていない
* 長岡係数のグラフの関数が近似でしかない

というのが挙げられる。この点を改善する為には

* 正確にr,lを測定する
* 完璧にコイルを巻いてゆき、隙間や折れ曲がったところがない様にする
* 長岡係数のもっと沢山のデータを使い関数の精度を上げる

という改善方法が考えられる。特に大きい原因と思われるのが最初の2つの方で、最後の長岡係数ではそこまで大きな誤差は出ていないと思う。

[実験(3)]

この実験の誤差は、主に自作コンデンサーとデータの相違にあると思われる。

誤差原因と考えられるものを挙げていくと

* 電極の長さ、幅の測定時の誤差
* 実験値の時に使ったＬの値（実験（2）より）
* 電極間距離、電極の向かい合う部分の面積

が挙げれる。特に一番最後の距離と面積の誤差が非常に大きいと考えられる。

まず向かい合う部分の面積については

* 正確に重なって巻く事が出来なかった
* 向かい合っている面積はアルミフォイルの面積の正確に2倍ではない

というのが挙げられ、また電極間距離は0.1mmとして計算したが、実際の値は巻き加減によって大きく変化してしまう。たとえば実際0.2mmで、0.1mmしか違わなくても理論値としては2倍変わってしまう。

この自作コンデンサー自体もとても不安定な物で、ちょっと電極の位置がかわると値が大きく変わってきてしまった。

* Ｑ値から分かったこと

実験(2),(3)で装置のコンデンサーの部分のみを変えると、Ｑ値が変化したためコンデンサーの静電容量によって共振の鋭さは変化するようである。

* 自作コンデンサーの面積を２倍にする理由

　　　　　図4

図4のように、アルミフォイルが巻かれてコンデンサーになっているため、普通のコンデンサーがある面同士のみを向かい合わせているのに対し、最初内側に入っている１枚は、ほとんど両面がもう一方のアルミフォイルと向かい合っている為に通常の面積の2倍だと考えることが出来る。

ここで正確に考えると、図の斜線部分はアルミフォイルが向かい合わせになっていないため、この部分の面積を出し理論値の所で使った面積から引いてやるとより正確な値になると思われる。

この部分の長さはボビンの外周とほぼ一致するため

ｌ＝　





となり、これから理論値を求めると

Ｃ　＝　3.81(nF)

となり、この場合の誤差率は48.3％とわずかには減少した。

やはり自作コンデンサーの性能が悪いのが誤差の一番大きい要因らしい。

* 補充課題から求められた規則性

表2を見ると周波数が大きくなるほど振幅が極大になる点の出現する幅が大きくなっている。むろんこの逆も言える。また振幅と周波数の値はほぼ比例していると言って間違いがなく、その式は周波数（kHz）をｆ、振幅（Ｖ）をｘとすると

ｆ　＝　ｘ/100

の式に近似できる。

ここではもう少しくわしく考えてみる

矩形波は正弦波の重ね合わせなので

……　　　(10)

と表す事ができる。

ここでフーリエ級数について述べてみる。フーリエ級数はたとえば



と表されある周期を持ったsin,cos関数を足し合わせた物である。

つまり矩形波はフーリエ級数の一種であると言える。

周波数を変化させたとき振幅の最小値が0だったことから

であると分かる。

ここで矩形波のフーリエ級数展開を行うと

……となっていく。

そこで周波数は　……という関係が有り、そのときの振幅も同様の数列で与えられる。補充実験の一番大きい周波数や振幅を1とすると大体これにあてはまっているように思われる。この実験では周波数、振幅ともに目測で行っている為誤差はある程度ある。

* その他

r<<lではなぜ長岡係数をかけなくても良いかを考えた。その場合ｒ/ｌが0に近似できる。

そのため図3の式のＹ切片がそのときの長岡係数であるが、これも1に近似できるそのため式上は掛けなくてもよいように表記されている。

* テキストででた問題について

問題：r<<lのときコイルないの磁界Ｈは一様でH=NI/lで与えられる事から(2)式を導きなさい。

証明： 磁束　　　　とすると

磁束密度　Ｂ＝Ｈ--------- (a)

電磁誘導により生じる電位差　Ｖ＝-----------(b)

Ｎ巻きコイル全体の起電力　　Ｖ＝-------------(c)

が成り立つ。

また　

(b),(C)より

------------（ｄ）

＝-------(e)

(d)に（e）を代入し、



＝(2)

証明終わり

* 感想

今回の実験ではインダクタンスを求めるときにコンデンサーの静電容量を変えて実験を行った方がより正確な値が出たと思った。

次回からはそう言う事にも気を配った実験をしていきたい。